Билет №11

1) Основные определения: фазовое пространство, фазовый портрет, изображающая точка, фазовая траектория. Элементы фазовых портретов нелинейных систем: предельные циклы, сепаратрисы. Перестройка фазового портрета – бифуркация. Классификация локальных структур фазового портрета через линейный анализ в окрестности исследуемой особой точки: узлы, центр, фокусы, седло.

Будем считать $u(t)=0$

Поведение НЛС всегда зависит от н.у.

$$\sum_{i=0}^{n} a_i \frac{d^i x(t)}{dt^i} = a_n \frac{d^n x(t)}{dt^n} + a_{n-1}\frac{d^{n-1}x(t)}{dt^{n-1}} + \ldots +$$

$$+ a_1 \dot{x} + a_0 x = 0 \quad (5.1)$$

$$\dot{x} = \underset{n\times n}{A} x \quad (5.2) \quad x - 1\times n - \text{в-р состояний}$$

У НЛС может быть несколько особых точек с разной динамикой и разной устойчивостью. НУ определяют то, ближе к какой из них мы окажемся. Т.е. какая будет влиятельнее, такая и определит динамику.

Геометрическая интерпретация ур-ния (5.1) м.б. дана как семейство кривых в пространстве размерности n с координатами $\{x, \dot{x}, \ldots, x^{(n-1)}\}$.

1) n-мерное пр-во – фазовое пространство

2) траектории, явл. решениями (5.1) – фазовые траектории

3) Фазовый портрет – представление фазовых траекторий в фазовом пространстве

4) Изображающая точка – решение (5.1) на фазовой кривой в момент времени t при заданных н.у.

Любая электромеханическая система является динамической системой. Элементы, входящие в систему могут быть нелинейными, следовательно, дифференциальные уравнения, описывающие динамические системы являются нелинейными.
Для исследования нелинейных систем и наглядного представления, происходящих в них сложных динамических процессов использует фазовое пространство, в котором строятся фазовые портреты

(см. рис. 2). Каждая динамическая система имеет свой фазовый портрет. На фазовом портрете изображаются особые точки – точки положения равновесия, которые помогают, без решения дифференциальных уравнений, предсказать поведение динамической системы. Эти точки равновесия могут быть устойчивыми или неустойчивыми. Если динамическая система находится в окрестности устойчивой точки равновесия, то малые возмущения не нарушат устойчивой работы системы (см рис). Если точка положения равновесия не устойчива, то возмущения будут прогрессировать что может привести к разрушению системы (см. рис/ 2).

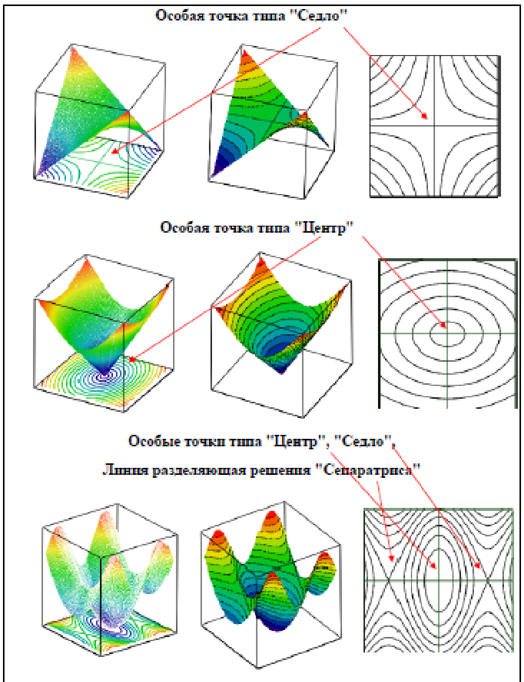


Рис.2. Фазовые портреты динамических систем

ПРЕДЕЛЬНЫЙ ЦИКЛ

- изолированная замкнутая траектория в фазовом пространстве динамич. системы, изображающая периодич. движение. В окрестности П. ц. фазовые траектории либо удаляются от него (неустойчивый П. ц.), либо неограниченно приближаются к нему - "наматываются" на него (устойчивый П. ц.). Поведение траекторий в окрестности П. ц. связано со значениями его мультипликаторов (см. Бифуркация). Устойчивый П. ц. является матем. образом периодич. автоколебаний.

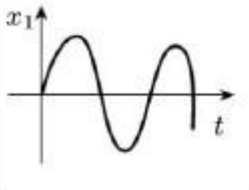
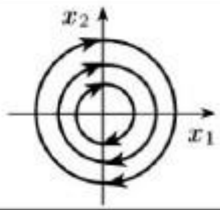
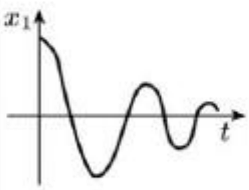
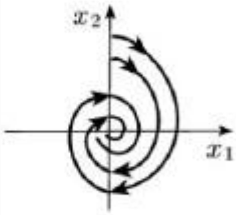
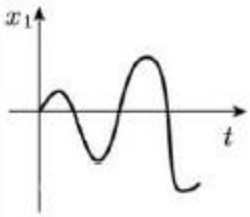
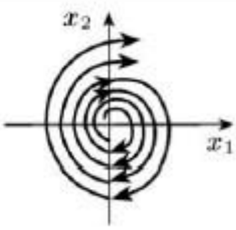
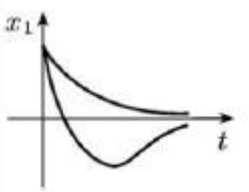
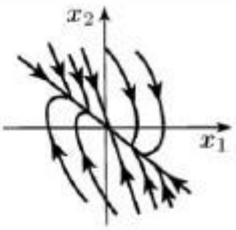
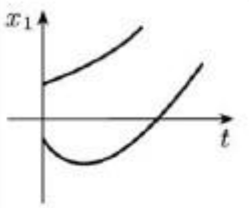
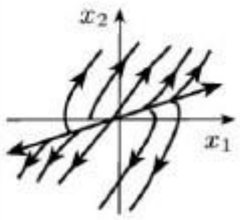
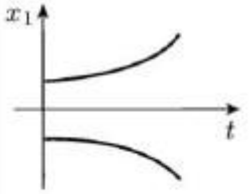
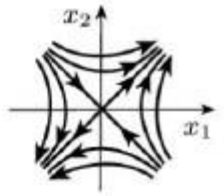
СЕПАРАТРИСА- траектория динамической системы с двумерным фазовым пространством, стремящаясяк седловому состояниюравновесия при времени $t \to \infty$ (устойчивая С.) или при $t \to -\infty$ (неустойчиваяС.). Если С. стремится к седлу при $t \to \pm\infty$,то её (вместе с седлом) называют петлей С.

Перестройка фазового портрета – бифуркация. Классификация локальных структур фазового портрета через линейный анализ в окрестности исследуемой особой точки: узлы, центр, фокусы, седло.

Если ФП линеаризовать в окрестности особых точек, то получится какая-то система дифференциальных уравнений первого порядка, которая описывает динамику в окрестности этой особой точки. Можно найти корни характеристического уравнения этой системы. Решением этих уравнений будет сумма экспонент в степенях, соответствующим корням характеристического уравнения. Соответственно по знакам этих корней можно классифицировать всю динамику, которая возможна в таких системах. Если корни оба действительные и положительные, то у нас будет 2 растущие экспоненты. И у нас будет не устойчивая точка, которая называется узлом. Соответственно если обе экспоненты отрицательные, то такая точка будет устойчивая и называться так же будет узлом. Если один из корней комплексный, а другой действительный и положительный (второй мнимый), то будет экспонента на сумму синусов и косинусов. Экспонента в положительной степени умноженная на сумму синуса и косинуса. Это будет расходящаяся логарифмическая спираль. Это будет неустойчивый фокус. Если экспонента затухает, то фокус устойчивый.

Два комплексных корня это колебания. (окружность или эллипс). Эта точка называется центром. Тут нельзя говорить об устойчивости/неустойчивости, поскольку траектории не расходятся.

Есть еще вариант. Когда 1 корень положительный, другой корень отрицательный. Тогда по одному направлению (переменной) будет устойчивость, тому, которому соответствуют собственные значения отрицательные, а по другому, в котором остаются положительные, будут расходящаяся динамика. Эта точка называется седлом. (гиперболический параболоид – по одному направлению устойчивы, по другому нет).

Тип корней	Кривая переходного процесса	Фазовый портрет	Тип особой точки
Чисто мнимые			Центр
Комплексные с отрицательной действительной частью			Устойчивый фокус
Комплексные с положительной действительной частью			Неустойчивый фокус
Действительные отрицательные			Устойчивый узел
Действительные положительные			Неустойчивый узел
Действительные разных знаков			Седло

2) Наблюдатель Калмана, определение параметров наблюдателя из условия максимального быстродействия. Многочлен Баттерворта. Дискретный наблюдатель состояния.

Наблюдатель состояния (*идентификатор состояния, наблюдающее устройство, наблюдатель*) можно представить в виде модели объекта управления, на вход которой поступает то же управляющее воздействие, что и на объект управления и, кроме того, дополнительный сигнал коррекции (обратной связи). Этот сигнал получается из невязки между выходами объекта и модели (рис. 8.1).

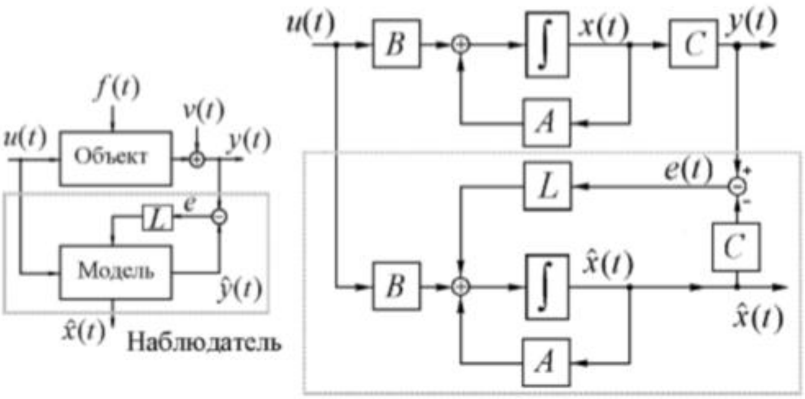


Рис. 8.1. Принцип построения и структурная схема наблюдателя.

Его влияние придает поведению модели качественно новые свойства (отличные от свойств объекта). Собственные движения модели и объекта оказываются различными, но переменные состояния модели служат оценками состояния объекта. Для систем непрерывного времени наблюдатель описывается уравнением

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= A(t)\hat{x}(t) + B(t)u(t) + L(t)(y(t) - \hat{y}(t)), \\ \hat{y}(t) &= C(t)\hat{x}(t), \quad \hat{x}(t_0) = \hat{x}_0, \ t \geq t_0. \end{aligned} \qquad (8.3)$$

Здесь $\hat{x}(t) \in \mathcal{R}^n$ вектор состояния наблюдателя, служащий оценкой состояния объекта; $\hat{y}(t) \in \mathcal{R}^l$ вектор выхода; $L(t)$ $n \times l$-матрица коэффициентов обратной связи по невязке между выходами объекта и наблюдателя. Синтез наблюдателя заключается в выборе матрицы $L(t)$.

Отметим, что мы рассматриваем наблюдатель, у которого размерность вектора состояния такая же, как и у объекта (так называемый *наблюдатель полного порядка*, или *наблюдатель Калмана*). Однако это условие необязательно: встречаются *определение параметров наблюдателя из условия максимального быстродействия-?*

Многочлен Баттерворта. Дискретный наблюдатель состояния

Для определения желаемых коэффициентов характеристического многочлена (8.5) рекомендуется использовать стандартные формы, например *биномиальную* форму, или форму *Баттерворта*: [47, 76]

$$\det(s\mathbf{I}_n - A_{\text{н}}) = \prod_{\nu=1}^{n} \left(\frac{s}{\omega_0} - e^{j\left(\frac{\pi}{2} + \frac{2\nu-1}{2n}\pi\right)} \right),$$

где параметр ω_0 – среднегеометрический корень многочлена определяет быстродействие наблюдателя.